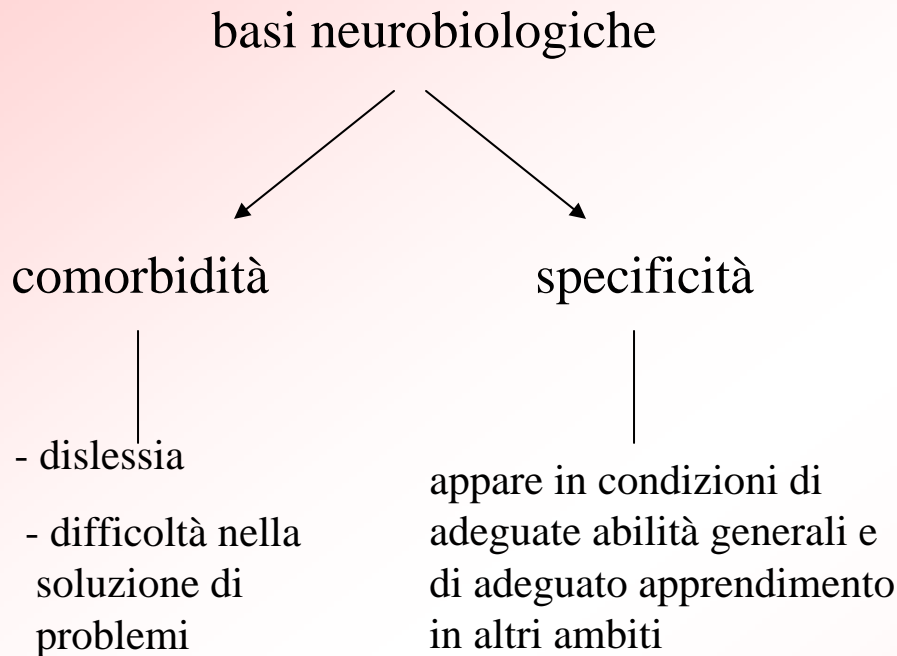


# La discalculia

1. Definizione
2. Sistema dei numeri e del calcolo
3. Sviluppo delle abilità numeriche
4. Intervento riabilitativo
5. Suggerimenti didattici
6. Risoluzione di problemi
7. Caso clinico

## Disturbo del calcolo



l'intervento riabilitativo normalizza (?)

## Difficoltà di calcolo

il profilo appare simile al disturbo

l'intervento riabilitativo  
ottiene buoni risultati  
in breve tempo

**Nel caso di difficoltà:** i meccanismi sono integri ma non sono stati potenziati, educati in maniera specifica, non si attivano le sinergie necessarie.

**Nel caso di disturbo:** l'interpretazione corrente parla di un'interazione tra fattori neurobiologici (si tratta di un disturbo costituzionale) e ambientali (la cui manifestazione è mediata dalle richieste ambientali e dalle modalità di insegnamento). Si tratta di situazioni in cui il sistema basale inciampa. Il profilo è disarmonico e richiede un trattamento dominio-specifico.

# La discalculia evolutiva (Temple, 1992)

*“La discalculia evolutiva è un disturbo delle abilità numeriche e aritmetiche che si manifesta in bambini di intelligenza normale che non hanno subito danni neurologici.*

*Essa può presentarsi associata a dislessia, ma è possibile che ne sia dissociata.”*

# CONSENSUS CONFERENCE - DISTURBI EVOLUTIVI SPECIFICI DI APPRENDIMENTO

Raccomandazioni per la pratica clinica definite con il metodo della Consensus Conference

Milano, 26 gennaio 2007

## Disturbi specifici del calcolo (discalculia)

La più recente letteratura sul Disturbo del Calcolo distingue nella Discalculia profili connotati da debolezza nella strutturazione cognitiva delle componenti di **cognizione numerica** (cioè intelligenza numerica basale: subitizing, meccanismi di quantificazione, comparazione, seriazione, strategie di calcolo a mente) ed altri che coinvolgono **procedure esecutive** (lettura, scrittura e messa in colonna dei numeri) ed il calcolo (recupero dei fatti numerici e algoritmi del calcolo scritto).

Vi è un generale accordo sull'escludere dalla diagnosi le difficoltà di soluzione dei problemi matematici.

discalculia "pura"

discalculia in  
"comorbidity"

# Profili di discalculia evolutiva

---

Debolezza nella strutturazione cognitiva delle componenti di elaborazione numerica (intelligenza numerica basale):

- Subitizing
- Meccanismi di quantificazione, seriazione, comparazione
- Strategie di calcolo a mente

Compromissioni a livello di procedure esecutive e di calcolo:

- Lettura e scrittura dei numeri
- Incolonnamento
- Algoritmi del calcolo scritto
- Recupero dei fatti aritmetici

# Cognizione numerica (Brian Butterworth, 2002-2005)

- Esistenza di un modulo numerico innato che consente di:
  - . riconoscere la numerosità
  - . distinguere i mutamenti di numerosità
  - . ordinare i numeri in base alle dimensioni
  - . processare piccole numerosità
- Evidenza che **la capacità di apprezzare la numerosità è alla base di tutte le successive abilità di calcolo e di processamento numerico**
- **L'abilità di manipolare grandezze numeriche è precoce e indipendente dall'ambiente o dall'insegnamento, che possono solo ampliare le possibilità di applicazione.**

# Discalculia pura

- Si tratta di una forma di discalculia severa, definibile **profonda** o **semantica**.
- Le difficoltà non provengono da procedure scadenti o non ben automatizzate, ma da **aspetti cruciali dell'elaborazione numerica**
- I nomi dei numeri vengono appresi come routine linguistiche, ma non rimandano alle grandezze numeriche. Risulta **inaccessibile la rappresentazione delle grandezze cardinali** e le altre funzioni correlate (subitizing, stima e approssimazione)



# Subitizing

---

- L'automatismo del subitizing consiste in una funzione visiva che consente un rapido e preciso giudizio numerico eseguito su insiemi di piccole numerosità di elementi.

# Stima

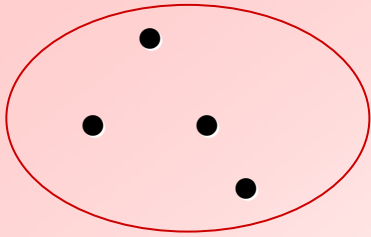
---

- La stima è un processo numerico a base semantica che consiste nel determinare in modo approssimativo e senza contare valori incogniti (grandi numerosità).

# Conteggio

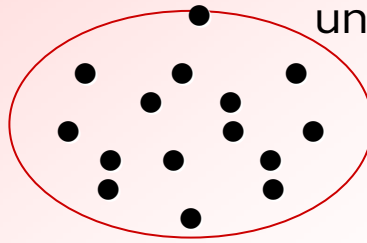
- Contare è fondamentale. Costituisce il primo collegamento tra la capacità innata del bambino di percepire le numerosità e le acquisizioni matematiche più avanzate della cultura nella quale è nato.
- Imparare la sequenza delle parole usate per contare è il primo modo con il quale i bambini connettono il loro concetto innato di numerosità con le prassi culturali della società in cui sono nati.

B. Butterworth (1999)



*subitizing*

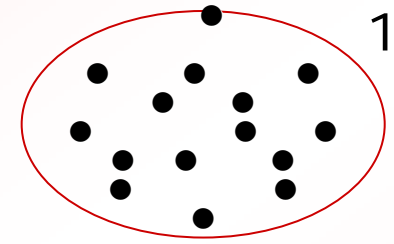
cogliere senza contare e in modo esatto  
*piccole*  
numerosità  
(3-4 elementi)



una quindicina

*stima*

cogliere senza contare e in modo approssimativo  
*grandi*  
numerosità (più di 4 elementi)



16

*conteggio*

cogliere in modo esatto  
*piccole e grandi*  
numerosità

# due discalculie

**Discalculia in comorbidity  
con altri disturbi di  
apprendimento**

**Discalculia pura (semantica  
o profonda)**

Dovuta al mancato funzionamento  
del *modulo numerico* innato

**Von Aster e  
Shalev (2007)**



4 stadi dello sviluppo dell'abilità numerica  
gerarchicamente organizzati

- I stadio: cognizione numerica definita da una componente innata  
(approssimazione e subitizing, grandezze cardinali) } Discalculia  
pura
- II stadio: rappresentazione linguistica
- III stadio: rappresentazione dei numeri arabi
- IV stadio: rappresentazione semantica del numero  
(linea dei numeri) } Discalculia in  
comorbidity

## Caratteristiche della Discalculia in comorbidità (discalculia procedurale)

- Difficoltà nell'automatizzazione delle procedure del conteggio
- Difficoltà di transcodifica
- Difficoltà nell'acquisizione e nel recupero dei fatti aritmetici
- Difficoltà nell'esecuzione di calcoli
- Difficoltà nell'applicazione delle procedure di calcolo

# Discalculia evolutiva e componenti cognitive (Geary, 1993)

Componenti implicate nelle difficoltà con numeri e calcolo:

- Componenti di tipo procedurale (es. strategie di conteggio e calcolo, procedure aritmetiche delle operazioni);
- Abilità di richiamo dalla memoria a lungo termine (fatti numerici);
- Componenti concettuali (codifica semantica);
- Funzionalità della memoria di lavoro;
- Componenti visuo-spaziali;
- Velocità di processazione.

# Forme di Discalculia evolutiva (Temple, 1997)

- **Dislessia per le cifre:** difficoltà nell'acquisizione dei processi lessicali sia nel sistema di comprensione del numero che di produzione del calcolo.
- **Discalculia procedurale:** difficoltà nell'acquisizione delle procedure e degli algoritmi del calcolo.
- **Discalculia per i fatti aritmetici:** difficoltà nell'acquisizione dei fatti aritmetici all'interno del sistema del calcolo.



# Discalculia Evolutiva

- Esiste un generale accordo sul fatto che il disturbo discalculico possa manifestarsi in forme differenti, interpretabili nei termini di deficit in una o più componenti del normale processo di comprensione numerica e calcolo.

Alcuni bambini presentano, infatti, problemi prevalentemente a carico dei processi di calcolo numerico, altri hanno difficoltà anche nella semplice manipolazione o nel riconoscimento dei simboli aritmetici, altri ancora padroneggiano le basi del calcolo ma hanno difficoltà ad eseguire calcoli a più cifre, o a risolvere problemi complessi (D'Amico, 2002).

# ICD-10: Disturbo specifico delle abilità aritmetiche

- Questo disturbo implica una **specifica compromissione delle abilità aritmetiche** che non è solamente spiegabile in base ad un ritardo mentale globale o ad un'istruzione scolastica grossolanamente inadeguata.
- **Il deficit riguarda la padronanza delle capacità di calcolo fondamentali**, come addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione (piuttosto che delle capacità di calcolo matematico più astratto coinvolte nell'algebra, nella trigonometria o nella geometria).

*Quindi:*

- **1. La discalculia non riguarda tutta la matematica ma solo alcune abilità di base:**
  - - il **processamento numerico** (leggere e scrivere i numeri, identificarne la grandezza, ecc...)
  - - la **conoscenza delle procedure del calcolo** (come si eseguono somme, sottrazioni, moltiplicazioni e divisioni a mente e per iscritto)
  - - **l'apprendimento delle tabelline e del calcolo mentale rapido** (i "fatti aritmetici")
- **2. Questi bambini sono intelligenti.**

# DSM IV: Disturbo del Calcolo

- La caratteristica principale del Disturbo del Calcolo è **una capacità di calcolo (misurata a i test standardizzati) che si situa al di sotto di quanto previsto** in base all'età cronologica del soggetto, alla valutazione psicometrica dell'intelligenza e ad un'istruzione adeguata all'età.
- Il disturbo del **calcolo interferisce in modo significativo con l'apprendimento scolastico o con le attività della vita quotidiana** che richiedono capacità di calcolo.

# ASPETTI EPIDEMIOLOGICI

Prevalenza: 5-8%

Comorbidità: difficoltà di lettura e scrittura, ADHD, disturbi del linguaggio (circa il 60% di bambini dislessici presentano discalculia)

Associata a sindrome di Turner, x-fragile e altri disturbi evolutivi

Familiarità: un individuo con un familiare discalculico ha 10 volte più probabilità di un altro di essere lui stesso discalculico

Difficoltà spesso associate: attenzione, memoria di lavoro, disprassia, disturbi di linguaggio, ecc.

## ERRORI NEL RECUPERO DI FATTI ARITMETICI

- **Effetto “confusione”** tra il recupero di fatti aritmetici di addizione e quelli di moltiplicazione. Es:  $3 + 3 = 9$  (Ashcraft e Battaglia, 1978)
- **Effetto “inferenza”**: la semplice presentazione di due cifre può produrre un’attivazione automatica della somma. Es.  $2$  e  $4 \rightarrow 6$   
(Le Fevre, Bisanz, McKonjic, 1988)
- **Effetto di “interferenza”**: errori dovuti al lavoro parallelo dei due meccanismi di attivazione indispensabili per il recupero diretto: da parte dei due operatori e da parte dell’operazione nel suo complesso. (Campbell, 1987)

## ERRORI NEL MANTENIMENTO E RECUPERO DI PROCEDURE

- Non utilizzo delle procedure di conteggio facilitanti  
Es.  $3 + 5 \rightarrow$  *partire a contare da 5 per aggiungere 3*
- Confusione tra semplici regole di accesso rapido (Svenson e Broquist, 1975)  
Es.  $n \times 0 = n$  e  $n + 0 = n$
- Incapacità di tenere a mente i risultati parziali (Hitch, 1978)



**Sovraccarico del sistema di memoria**  
dissipio di energia  $\rightarrow$  decadimento mnestico

# DIFFICOLTÀ VISUOSPAZIALI (Rourke e Strang, 1978)

- difficoltà nel riconoscimento dei segni di operazione
- difficoltà nell'incolonnamento dei numeri
- difficoltà nel seguire la direzione procedurale

# ERRORI NELL'APPLICAZIONE DELLE PROCEDURE

(Badian, 1983; De Corte e Verschaffel, 1981; Brown e Burton, 1978)

- difficoltà nella scelta delle prime cose da fare per affrontare una delle quattro operazioni (incolonnamento o meno, posizione dei numeri, ...)
- difficoltà nella condotta da seguire per la specifica operazione e nel suo mantenimento fino alla risoluzione

Es.  $75 - 6 = 71 \rightarrow$  *dimenticata regola direzione*

- difficoltà nell'applicazione delle regole di prestito e riporto

Es. 
$$\begin{array}{r} 75 - \quad \text{unità} \quad 5 - 8 = 0 \\ \underline{58} = \quad \text{decine} \quad 7 - 5 = 2 \\ 20 \end{array}$$

- difficoltà nel passaggio ad una nuova operazione  
→ perseverazione nel ragionamento precedente
- difficoltà nella progettazione e nella verifica  
→ spesso il bambino svolge immediatamente l'operazione senza soffermarsi ad individuare difficoltà e strategie da usare

## ESEMPI DI ERRORI

*Scrivi centotrè: “1003”*

*Scrivi milletrecentosei: “1000306”*

*Scrivi centoventiquattro: “100204”*

*Scrivi centosette: “1007”*

$$\begin{array}{r} 34 \times \\ \underline{2 =} \\ 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \times \\ \underline{15 =} \\ 55 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \times \\ \underline{3 =} \\ 621 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 322 - \\ \underline{36 =} \\ 314 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 112 - \\ \underline{18 =} \\ 106 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2377 - \\ \underline{107 =} \\ 2200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46 + \\ \underline{7 =} \\ 322 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 327 + \\ \underline{43 =} \\ 389 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{225} : 5 = 50 \\ 22 \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{1206} : 4 = 31 \\ 006 \\ 2 \end{array}$$

# Abilità numeriche e abilità di calcolo

## *Sistema dei numeri*

*sottende l'elaborazione di quantità e delle loro trasformazioni:*

- **Semantica** del numero
- **Lessico** numerico
- **Sintassi** del numero

## *Sistema del calcolo*

*sottende la capacità di operare sui numeri attraverso operazioni aritmetiche:*

- **Automatismi** di calcolo
- **Strategie** di calcolo
- **Procedure** di calcolo



# Il sistema dei numeri

## ***MECCANISMI LESSICALI***

***consentono di selezionare adeguatamente i nomi delle cifre***

Ogni cifra assume un “nome” diverso a seconda della posizione che occupa

## ***MECCANISMI SEMANTICI***

***regolano la comprensione della quantità***

## ***MECCANISMI SINTATTICI***

***regolano la relazione posizionale tra le cifre***

Costituiscono la grammatica interna del numero che attiva il corretto ordine di grandezza di ogni cifra (migliaia, centinaia, decine, unità)

## *Meccanismi Semantici*

(regolano la comprensione della quantità)

(3 = )

## *Meccanismi Lessicali*

(regolano il nome del numero)

(1 – 11)

## *Meccanismi Sintattici*

(Grammatica Interna = Valore Posizionale delle Cifre)

Esempio	da	U	la posizione
	1	3	cambia nome
	3	1	e semante

# Comprensione del numero (semantica)

---

- Codificare semanticamente un numero equivale a rappresentare mentalmente la quantità che esso rappresenta e quindi a identificarne la posizione che esso assume all'interno della linea dei numeri.
- Si tratta di una rappresentazione concettuale che corrisponde al "significato" di un numero

# Comprensione del numero (semantica)

- La numerosità è una proprietà degli insiemi che permette:
  - sia di ***discriminarli*** (A è diverso da B perché la sua numerosità è diversa)
  - sia di ***ordinarli*** (A < B perché ha una numerosità minore di B)
- I bambini non solo nascono con la capacità di riconoscere numerosità distinte fino a un massimo di circa 4, ma distinguono i cambiamenti di numerosità provocati dall'aggiunta/sottrazione di oggetti, ossia possiedono "aspettative aritmetiche" B. Butterworth (1999)

# Il lessico dei numeri

È organizzato secondo classi distinte (numeri *primitivi*):

- ✓ **Unità** (numeri da 1 a 9)
- ✓ **Dici** (numeri da 11 a 16)
- ✓ **Decine** (20, 30, 40, ...90)

A questi elementi primitivi vanno aggiunti

- ✓ **Miscellanei** (-cento, -mila, -milione,...)

# La sintassi dei numeri

Comprende:

- ✓ **componente additiva** (es. 24: numeri primitivi 20 e 4 legati da una relazione additiva  $20+4$ )
- ✓ **componente moltiplicativa** (es. 300: numero primitivo 3 in relazione moltiplicativa  $3 \times 100$ )

Alcuni numeri richiedono sia relazioni additive che moltiplicative:

es. 324:  $3 \times 100 + 20 + 4$

# Produzione del numero

cinquecentoquattro!

Codice lessicale

*Il numero ha valore nominale*

Codice sintattico

*Il numero ha valore posizionale*

$$(5 \times 100) + 4 = 504$$

# Componenti lessicali e sintattiche

Co-occorrenza delle componenti:

- **Meccanismi lessicali**

individuazione delle singole cifre che compongono il numero  
esempio errore lessicale:

*scrivere “514” invece di “504”*

- **Meccanismi sintattici**

regolazione dei rapporti tra le cifre all'interno del numero  
(posizione e ordine delle cifre)

esempio errore sintattico:

*scrivere “500 4” invece di “504”*

Es. errori in bambini con scarsa automatizzazione del conteggio:

punti critici del sistema dei numeri (passaggio dal sedici al diciassette; struttura del tipo “dici” /struttura decina-unità)



# Il sistema dei numeri

## Transcodificazione numerica:

processi che consentono di passare da un sistema di notazione ad un altro e possiedono dei vincoli di processamento

# Il sistema dei numeri: sistemi di notazione numerica

- ✓ Codice pittografico (es. “○○○○”, dita) che riproduce la numerosità dell’insieme
- ✓ Codice alfabetico orale (la parola detta: “sei”)
- ✓ Codice alfabetico scritto (la parola scritta: “SEI”)
- ✓ Codice arabo (ideogramma: “6”)
- ✓ Sistema di numerazione romano (es.: “IV”) che richiede l’uso di segni alfabetici

Per passare da un codice all’altro è necessario applicare una **transcodificazione numerica**

# Il sistema dei numeri

Difficoltà nei compiti di transcodificazione



Errori di lessicalizzazione di parte o di tutto il numero  
(quattrocentotrentasei → 4 100 30 6)

oppure errori del tipo corrispondenza termine a termine, nei quali ogni elemento lessicale viene transcodificato in un solo numero



trecento



31

# Il sistema dei numeri

errori specifici di transcodificazione di “cento” e “mille”

con mancata utilizzazione del moltiplicatore



seimilacinque → 1005

oppure mancata utilizzazione di “mille” o “cento”



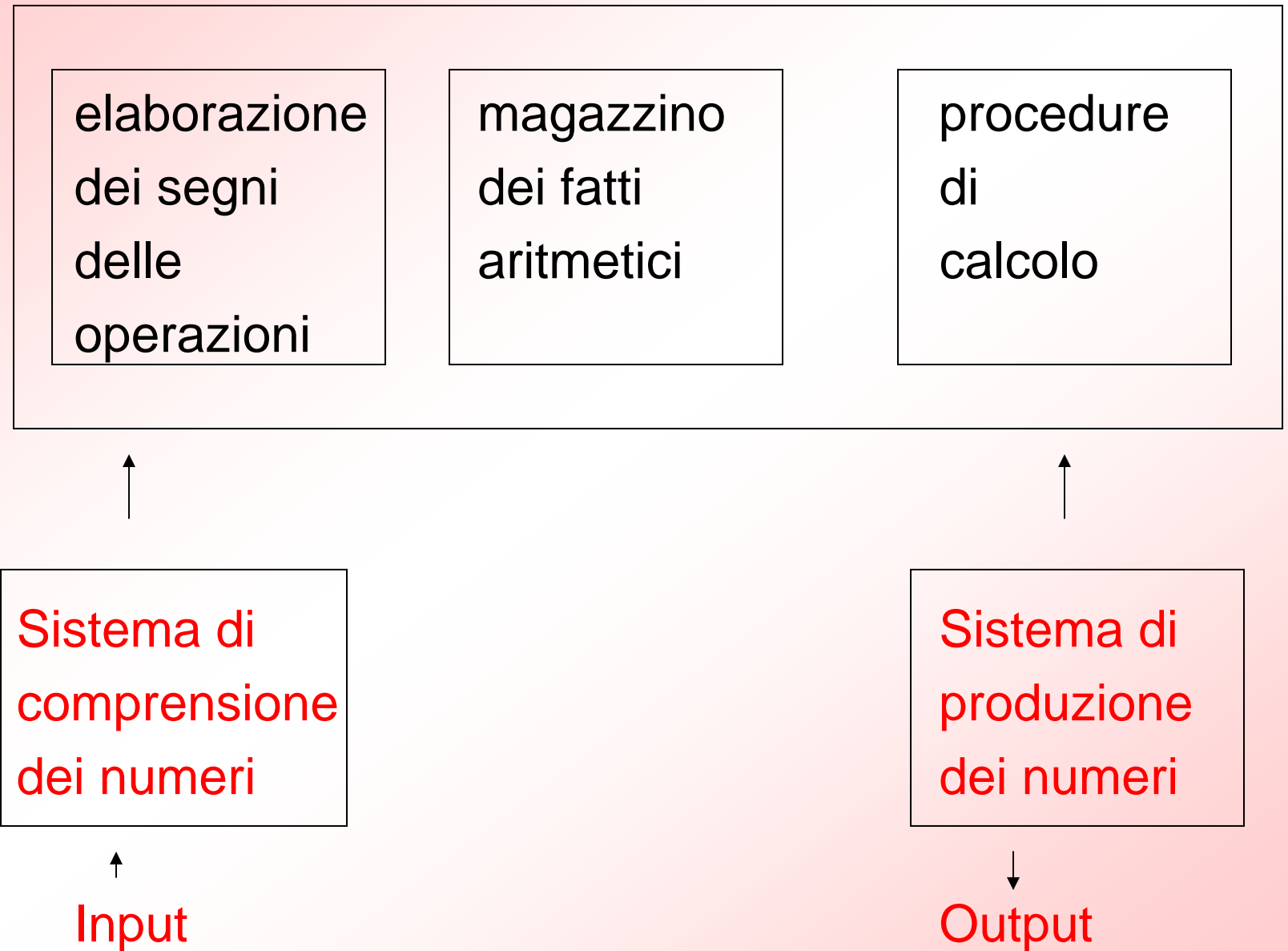
ottomilatre → 83

# Didattica e ... sistema dei numeri

- 9 è *minore di* 5
- 319 (scritto)  
312 (letto)
- 1492 (dettato)  
10004100902 (scritto)
- 23, 17, 58, 91  
(sequenza numerica)
- 2006 (dettato)  
2060 (scritto)

- Semantico
- Lessicale  
*TRANSCODIFICA*
- Sintattico  
(lessicalizzazione)  
*TRANSCODIFICA*
- Semantico
- Sintattico  
*TRANSCODIFICA*

# SISTEMA DEL CALCOLO



# IL SISTEMA DEL CALCOLO

Si avvale di tre componenti non gerarchiche attivate a seconda del tipo di compito aritmetico richiesto:

- i **segni delle operazioni**: che consentono di attribuire al segno algebrico le relative procedure del calcolo;
- i «**fatti aritmetici**» o **operazioni-base**: tabelline, calcoli semplici e altri risultati memorizzati;
- le **procedure del calcolo**: che permettono di rispettare le regole di esecuzione dell'algoritmo quali l'incolonnamento, l'ordine di svolgimento delle sotto-operazioni, i prestiti e i riporti.

# Elaborazione dei segni delle operazioni

Permette l'applicazione dell'algoritmo  
pertinente al segno

Es: "12+3" selezionando l'algoritmo corrispondente al  
segno +

conduce al risultato di "15",  
con altri algoritmi porterebbe a  
"9" (-), "36" (x), "4" (:)



# Procedure di calcolo

Rispetto delle procedure di calcolo e dei vincoli degli specifici algoritmi:

prestito, riporto, incolonnamento, ordine di esecuzione delle sotto-operazioni, ...

23 x

12 =

36

# I fatti aritmetici

Possibilità di accedere direttamente alla soluzione di calcoli aritmetici senza applicare algoritmi di calcolo

Es.: tabelline, semplici addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni, .....

- \* variano in estensione a seconda delle abilità e della frequenza d'uso del calcolo in ogni singolo soggetto e possono riguardare tutti gli algoritmi specifici dell'aritmetica e dell'algebra (es. potenze, radici quadrate, ...)

# Automatismi, strategie, procedure

---

- Calcolo

Il risultato  
dell'operazione  
richiesta

*è ottenuto  
attraverso l'utilizzo  
di procedure o strategie*

*Calcolo scritto, calcolo a mente*

- Recupero

Il risultato  
dell'operazione  
richiesta

*è recuperato dalla  
memoria*

*Recupero di fatti aritmetici*

# Automatismi di calcolo

---

*La verifica degli automatismi di calcolo deve avvenire oralmente*

**La risposta deve essere rapida (circa 5 secondi)**

Se il tempo di risposta è maggiore, allora il risultato è stato ottenuto attraverso l'utilizzo di una procedura o di una strategia di calcolo.

# Automatismi di calcolo

---

Ai fatti aritmetici si accede senza eseguire gli algoritmi di soluzione:

- Tabelline
- Calcoli semplici
- Risultati memorizzati

# Strategie

L'uso di strategie costruttive del calcolo a mente consente di operare scomposizioni sui numeri per ottenere operazioni intermedie più semplici:

– proprietà delle operazioni

commutativa:  $23 + 66 = 89$  ( $66 + 23 = 89$ )

– strategia N10

scomposizione del secondo operatore:

$66 + 23 = 89$  ( $66 + 20 = 86$ ), ( $86 + 3 = 89$ )

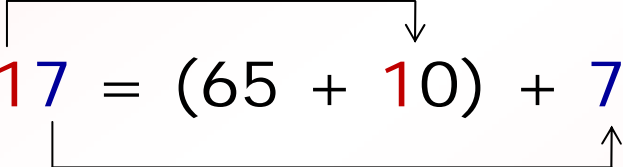
– strategia N1010

scomposizione di entrambi gli operatori:

$66 + 23 = 89$  ( $60 + 20 = 80$ ), ( $6 + 3 = 9$ ), ( $80 + 9 = 89$ )

# Strategie

Strategia N10 (scomposizione del secondo operatore in decine e unità)

$$65 + 17 = (65 + 10) + 7 = 82$$


# Procedure

$$\begin{array}{r} 1 \\ 125 + \\ 65 = \\ \hline 190 \end{array}$$

## ROUTINE PROCEDURALI

elaborazione delle informazioni aritmetiche  
incolonnamento  
serialità SX ← — DX

riporto

## RECUPERO DI FATTI ARITMETICI

$5+5=10$ ;  $2+1=3$ ;  $3+6=9$ ;

## ALGORITMI DI CALCOLO

modello *min* (*counting on*)

modello *sum*

conteggio totale



# Modelli di calcolo

- Conteggio totale (*counting all*)

$$2 + 5 = 7$$

1, 2; 1, 2, 3, 4, 5; 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

- Conteggio dal primo addendo (*counting on from first*)

$$2 + 5 = 7$$

(2) 3, 4, 5, 6, 7

- Conteggio dal numero maggiore (*counting on from larger*)

$$2 + 5 = 7$$

(5) 6, 7

# STRATEGIE DI CALCOLO MENTALE

COF	contare con le dita
CON	contare a mente da un dato punto di partenza
MA	incolonnamento mentale
1010	scomposizione di entrambi gli addendi es. $23+15=20+10$ e $3+5$
N10	scomposizione solo del secondo operatore es. $36+22=36+20+2$
C10	arrotondamento alla decina es. $36+8=36+4+4$
AUTO	recupero del risultato dalla memoria

# SVILUPPO delle ABILITA' NUMERICHE

# COSA SI AUTOMATIZZA IN MATEMATICA

- Il Problem Solving? NO
- La parte “esecutiva”:
  - Il calcolo a mente (tabelline)
  - Il calcolo scritto (procedure – riporti)
  - La transcodifica ( lettura – scrittura dei numeri)
  - L’enumerazione avanti e indietro

# Il conteggio

- Per i bambini contare è il primo ponte tra la capacità innata di apprezzare la numerosità e gli apprendimenti matematici più avanzati
- Per imparare a contare i bambini impiegano circa 4 anni
- Incominciano circa a due anni e progrediscono sino ai sei anni quando capiscono come contare e come usare il conteggio in modo adulto

# Apprendimenti relativi ai numeri

## Conteggio

Dai 18 mesi:

*“filastrocca dei numeri”*

Aggregazioni di etichette ripetute nello stesso ordine indipendentemente dal fatto che si tratti di sequenze corrette o inesatte



base importante per  
l'apprendimento del calcolo

# Apprendimenti relativi ai numeri

## Livelli nelle operazioni di conteggio:

Porzione standard stabile

(sequenza corretta: 1,2,3,4,5,6,7, ...)

Porzione non standard stabile

(sequenza non corretta ma stabile: 9,10,13,15,...)

Porzione finale instabile che varia da tentativo a tentativo nello stesso bambino

# Principi del conteggio

- *ASSOCIAZIONE UNO A UNO*
  - Associare parole-numero a oggetti
  - Separare gli oggetti contati da quelli da contare
- *ORDINE STABILE*
  - Utilizzare in modo stabile una sequenza di numerali
- *CARDINALITÀ*
  - Sapere che il numero di oggetti di un insieme corrisponde all'ultimo numerale utilizzato per contare quell'insieme



# Conteggio

Sequenza ordinata dei numeri senza un rapporto di corrispondenza con un set di oggetti

# Enumerazione

Applicazione del conteggio agli oggetti attraverso la corrispondenza biunivoca

## Il conteggio dell'adulto coinvolge molte componenti:

- considerazione del gruppo delle entità da contare
- associazione ad ogni item di un'etichetta numerica
- uso della lista delle etichette numeriche in un ordine convenzionale
- riconoscimento del fatto che l'ultima etichetta utilizzata rappresenta la numerosità degli oggetti contati

# DAL CONTEGGIO ALL'ADDIZIONE

Il risultato della somma di due numerosità è equivalente al conteggio della numerosità dell'insieme unione dei due distinti insiemi che contengono quelle numerosità.

Il bambino può imparare a sommare unendo due insiemi e contando i membri di quell'unione

# Addizione

tre livelli evolutivi:

- Contare tutto
- Aggiungere a partire dal primo insieme  
(necessita del subitizing)
- Aggiungere a partire dall'insieme più grande  
(necessita dell'apprezzamento di numerosità)

# Apprendimenti relativi ai numeri

## Enumerazione

### Errori di *sequenza*

- le etichette numeriche non rispettano la sequenza corretta

### Errori di *partizione*

- gli item non vengono indicati correttamente (omessi o contati più volte)

### Errori di *coordinazione* tra la sequenza numerica e gli item indicati

- es.: indicare due oggetti utilizzando la medesima etichetta numerica o assegnare due etichette allo stesso oggetto

Apprendimenti relativi ai numeri

Giudizi di grandezza sui numeri

(4 aa.)

Apprendimento della relazione tra sequenza numerica e numerosità sempre maggiori

Denominazione del numero precedente e seguente (entro il 10), seguente come “maggiore”

# Apprendimenti relativi ai numeri

## Riconoscimento di numeri

(scuola materna)

Distinzione tra numeri e altre categorie lessicali (dominio autonomo)

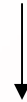
Forme pittografiche, ideografiche, verbali,

...

# Lo sviluppo del calcolo aritmetico

Il conteggio come base per la costruzione degli algoritmi del calcolo

Capacità di produrre la sequenza standard dei numeri in modo rapido e corretto



Apprendimento di principi numerici basilari quali corrispondenza termine a termine, cardinalità e conservazione



# Abilità e automatizzazione

- il termine *Abilità*
  - esprime la capacità di eseguire una sequenza di azioni in modo rapido e corretto
- il termine *Automatizzazione*
  - esprime la stabilizzazione di un processo automatico caratterizzato da un adeguato livello di velocità e accuratezza
  - tale processo è realizzato in modo inconsapevole *richiede un minimo impegno attentivo*, è difficile da ignorare, sopprimere, influenzare

(G. Stella, 2001)

# **Intervento didattico**

**Abilitazione  
Potenziamento**

**Strategico  
Metacognitivo**

**Strumenti  
compensativi**

**Misure  
dispensative**

***Gradualità***

***Mediatori  
didattici***

# Abilitare, compensare, dispensare

- ***abilitare***

rafforzare e incrementare il funzionamento di abilità poco efficienti per mezzo di interventi specifici

- ***compensare***

stabilire una situazione di equilibrio attraverso l'impiego di mezzi e criteri idonei a supplire funzioni carenti

- ***dispensare***

esonerare in modo parziale o totale dallo svolgimento di specifiche attività e da particolari vincoli esecutivi

## **Intervento abilitativo:**

- la ricerca del miglioramento delle abilità deve essere condotta entro i limiti di ciò che è modificabile attraverso l'insegnamento e l'apprendimento

**potenziamento delle  
abilità**

## **Intervento compensativo:**

- ciò che non è modificabile con l'insegnamento e l'apprendimento va "aggirato" (compensato) con l'adozione di strumenti compensativi e misure dispensative

**aggiramento delle difficoltà**

# Intervento abilitativo e di potenziamento

- Gradualità

- La componente di “*gradualità*” dell’intervento costituisce una modalità di lavoro che si situa in un’area “prossimale” rispetto alle abilità possedute dal bambino

Tale caratteristica metodologica consente al bambino di svolgere il compito assegnato riducendo il rischio che si attivino sentimenti di frustrazione (perché troppo complesso) o di demotivazione (perché troppo semplice)

# Strumenti compensativi - Misure dispensative

## Strategie metacognitive

- Mediatori didattici
  - Gli strumenti e le misure di tipo compensativo riguardano gli aspetti metodologici del lavoro. In questo senso, sono da considerare dei “*mediatori didattici*”, che non risolvono il problema, ma permettono al bambino di contenerlo, compensarlo, aggirarlo e quindi gli consentono di raggiungere, in relazione alle potenzialità personali, gli obiettivi di apprendimento previsti per la classe frequentata

# Intervento abilitativo e di potenziamento

- **Ipotesi di programmazione dell'intervento**
  1. Valutazione iniziale
  2. Individuazione degli aspetti carenti
  3. Scelta dell'area o delle aree di intervento
  4. Intervento:
    - 4.1 Scelta dei materiali, delle attività, dei programmi
    - 4.2 Definizione della durata, dei tempi di lavoro, della frequenza, degli aspetti organizzativi e metodologici
  5. Valutazione finale (efficienza/efficacia immediate)
  6. Periodo "neutro"
  7. Valutazione a distanza (efficienza/efficacia residue consolidate)

## **Definizione delle tavole pitagoriche personalizzate**

$n \times 1$   
 $n \times 10$

Tabellina del 2  
Tabellina del 5



**Strumenti compensativi: tavola pitagorica personalizzata – potenziamento**

<b>X</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>1</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>2</b>	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
<b>3</b>	3	6			15					30
<b>4</b>	4	8			20					40
<b>5</b>	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
<b>6</b>	6	12			30					60
<b>7</b>	7	14			35					70
<b>8</b>	8	16			40					80
<b>9</b>	9	18			45					90
<b>10</b>	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

## Strumenti compensativi: **tavola pitagorica personalizzata – potenziamento**

Con l'utilizzo di  
**due regole**  
e l'apprendimento di  
**due tabelline**  
si controlla il  
**64% dei nodi**  
della tavola pitagorica

Con la memorizzazione  
di  
**15 "incroci"**  
si controllano  
**28 nodi**

**Strumenti compensativi:** tavola pitagorica personalizzata - *consultazione*

<b>X</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b>3</b>	9					
<b>4</b>	12	16				
<b>6</b>	18	24	36			
<b>7</b>	21	28	42	49		
<b>8</b>	24	32	48	56	64	
<b>9</b>	27	36	54	63	72	81

# L'intervento compensativo

- **Misure compensative e dispensative**
  - Concedere tempi più lunghi per lo svolgimento del lavoro
  - Ridurre il numero di esercizi da eseguire
  - Sollevare il carico di lavoro relativo ai calcoli consentendo l'utilizzo degli strumenti compensativi
  - Assicurarsi della corretta decodifica del testo e quindi della comprensione delle consegne scritte
  - Proporre i problemi per mezzo di rappresentazioni grafiche

- **Strumenti compensativi**

Richiede

Consente

*Orientamento su  
coordinate*

**Tavola pitagorica**

*Di accedere a tutti i  
risultati delle  
moltiplicazioni fra numeri  
a cifra unica*

*Recupero delle tabelline  
del 2 e del 5*

**Tavola pitagorica  
personalizzata**

*Di accedere ai risultati  
delle tabelline non  
memorizzati*

*Transcodifica numerica*

**Calcolatrice**

*Di trovare i risultati di tutte  
le operazioni aritmetiche*

# FORMULE PRATICHE PER CALCOLARE AREE E CUBATURE GEOMETRICHE



## FORMULE PRATICHE PER CALCOLARE AREE E CUBATURE GEOMETRICHE

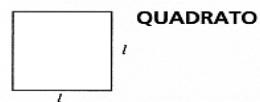
### ABBREVIAZIONI

**b** = BASE  
**d** = DIAMETRO  
**r** = RAGGIO

**l** = LATO  
**h** = ALTEZZA  
**a** = APOTEMA

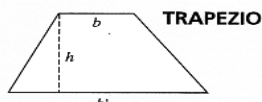
**c** = CIRCONFERENZA  
**p** = PERIMETRO  
**s** = SUPERFICIE

$\pi$  = NUMERO FISSO = 3,1416



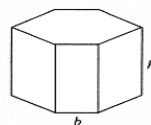
**QUADRATO**

Perimetro =  $l \times 4$   
Superficie =  $l \times l \times l^2$



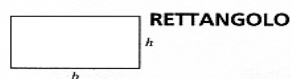
**TRAPEZIO**

Superficie =  $\frac{b + b'}{2} \times h$



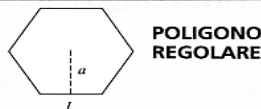
**PRISMA**

Superficie laterale =  $b \times h \times 6$   
Volume = s di base  $\times h$



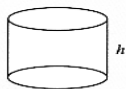
**RETTANGOLO**

Perimetro =  $2b \times 2h$   
Superficie =  $b \times h$



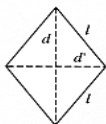
**POLIGONO REGOLARE**

Perimetro =  $l \times n^\circ$  dei lati  
Superficie =  $\frac{p \times a}{2}$



**CILINDRO**

Superficie totale =  
c di base  $\times h$   
Volume = s di base  $\times h$



**ROMBO**

Perimetro =  $l \times 4$   
Superficie =  $l \times h$



**CIRCOLO**

Circonferenza =  $d \times \pi$   
Superficie =  $r^2 \times \pi$



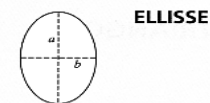
**PIRAMIDE**

Superficie laterale =  
p di base  $\times \frac{a}{2}$   
Volume = s di base  $\times \frac{h}{3}$



**ROMBOIDE**

Superficie =  $b \times h$



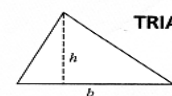
**ELLISSE**

Superficie =  $\left(\frac{a \times b}{2 \times 2}\right)$



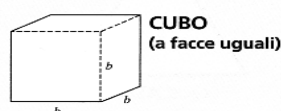
**CONO**

Superficie laterale =  
c di base  $\times \frac{a}{2}$   
Volume = s di base  $\times \frac{h}{3}$



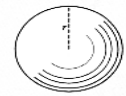
**TRIANGOLO**

Superficie =  $\frac{b \times h}{2}$



**CUBO (a facce uguali)**

Superficie =  $b^2 \times 6$   
Volume =  $b \times b \times b = b^3$



**SFERA**

Superficie =  $r^2 \times 4 \pi$   
Volume =  $r^3 \times 4,1888$   
Volume =  $\frac{4}{3} \pi \times r^3$

## Strumenti compensativi

# LA CALCOLATRICE

- Serve per diminuire al massimo il dispendio attentivo nel PROBLEM SOLVING
- *Università Normale di Pisa, Gruppo di didattica della matematica. “Sino alla V° elementare il calcolo costruisce concetti”*
- La calcolatrice non risolve disturbi della transcodifica

# Discalculia: interventi

## APPROCCIO CLINICO

- costante riferimento a un modello teorico
- individuazione delle componenti deficitarie
- frazionamento nelle unità elementari e focalizzazione su una alla volta

## APPROCCIO DIDATTICO

- riferimento alle richieste curriculari
- individuazione dei punti di forza
- le diverse abilità possono essere sovrapposte e confuse



# Approccio clinico riabilitativo (Andrea Biancardi)

# 1. Transcodifica

- identificare la posizione sulla retta dei numeri e la loro ricorsività
- identificare gli elementi costitutivi dei numeri (esempio, miscellanei e riconoscere la funzione moltiplicativa)

## 2. Quantificazione

- confronto fra quantità continue e quantità discrete
- riflessione su numeri esatti e approssimati

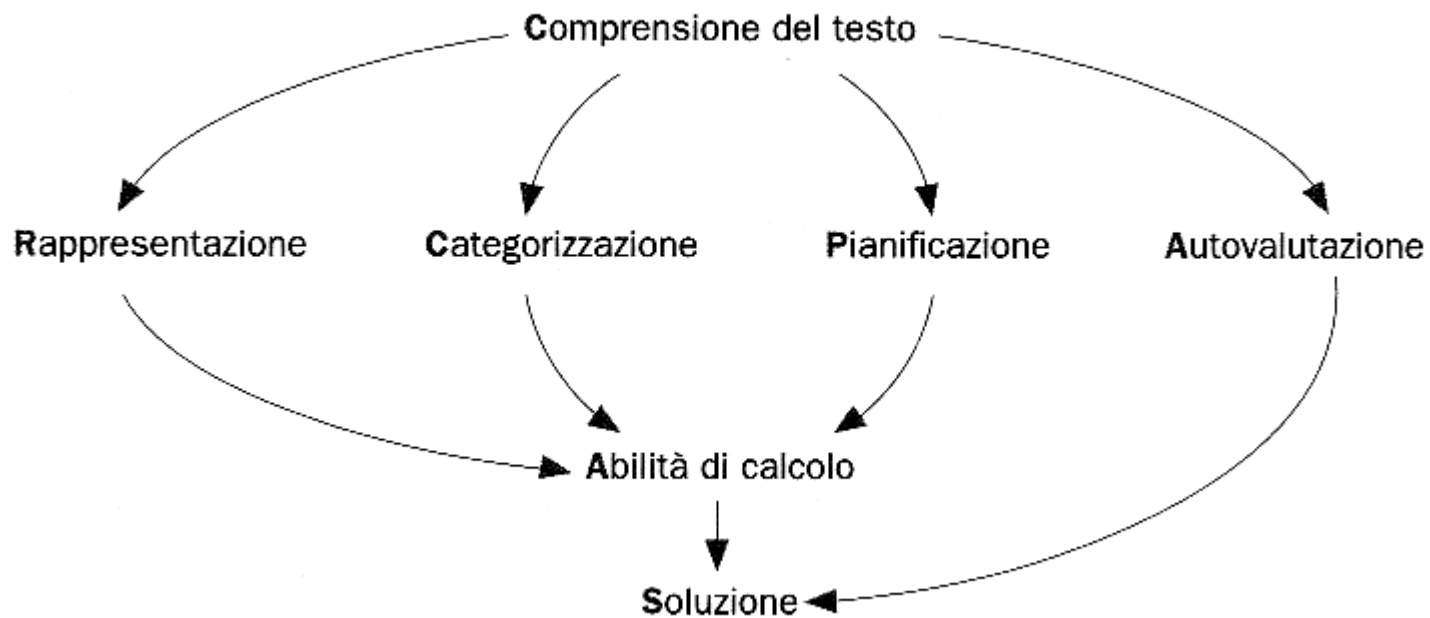
# 3. Calcolo mentale

- favorire il ricorso a scomposizioni dei numeri, che attraverso tappe successive, portano alla soluzione di calcoli a mente con numeri superiori alla decina. Ciò richiede di:
  - rafforzare la gestione della grammatica interna del numero (49:  $40+9$ )
  - rafforzare la capacità di manipolare e aggiornare mentalmente le diverse informazioni numeriche

# RISOLUZIONE DI PROBLEMI

- **non** è una capacità innata
- **non** è una capacità che si automatizza
- **non** c'è un disturbo specifico del problem solving

# MODELLO DELLE COMPONENTI DELL'ABILITÀ DI SOLUZIONE DEI PROBLEMI MATEMATICI



(Lucangeli, Tressoldi, Cendron, 1998)

# Le componenti implicate nel problem solving matematico:

## ***COGNITIVE***

- **Comprensione:** permette di identificare e integrare le informazioni verbali e aritmetiche del problema lo schema matematico sottostante;
- **Rappresentazione:** Trasforma la comprensione in un sistema analogico;
- **Categorizzazione:** capacità di riconoscere, attraverso somiglianze e differenze, problemi che si risolvono allo stesso modo;

## ***METACOGNITIVE***

- **Pianificazione :** identificare un progetto di soluzione e la capacità di scegliere l'ordine delle operazioni necessarie alla soluzione;
- **Monitoraggio ed autovalutazione:** controllo sul procedimento e sviluppo della capacità di autovalutazione del risultato conseguito.

# *QUALE FUNZIONE HA LA MEMORIA NELLA RISOLUZIONE DEI PROBLEMI?*

Prendendo in esame un problema matematico di tipo verbale, possiamo supporre che l'influenza della memoria di lavoro sia rilevante persino quando è disponibile il testo scritto del problema.

Infatti, la comprensione del problema richiede che le informazioni in ingresso siano integrate con le precedenti e mantenute nel sistema della memoria di lavoro, che è necessariamente coinvolto anche nello sviluppo della rappresentazione mentale della situazione problematica.



# Riconoscere abilità mentali specifiche per il problem-solving

(da Lucangeli e Passolunghi, 1995)

1. Prendere consapevolezza della **natura** dei problemi matematici
2. Riconoscere l'importanza di un **procedimento operativo** per trovare la soluzione a un problema
3. Riconoscere l'importanza dei diversi **piani di rappresentazione**

LE DIFFICOLTÀ INCONTRATE DAI RAGAZZI POSSONO ESSERE DOVUTE ALLA NUMEROSITÀ E COMPLESSITÀ DELLE TAPPE CHE PORTANO ALLA SOLUZIONE DEL PROBLEMA:

1. Analizzare ed interpretare i dati proposti;
2. Comprenderne le relazioni;
3. Distinguere i dati necessari da quelli secondari;
4. Definire le operazioni da compiere;
5. Programmare la sequenza temporale delle operazioni da eseguire;
6. Individuare il risultato finale.

4. Riconoscere la **consequenzialità** dei procedimenti matematici
5. Riconoscere che esistono **più percorsi** di soluzione
6. Riconoscere che il problem solving dipende dall'**organizzazione** delle conoscenze della persona
7. Riconoscere l'importanza della **precisione** nelle procedure

# STRATEGIE PER RISOLVERE UN PROBLEMA

1. **LEGGERE** (per comprendere)
2. **PARAFRASARE** ( con le parole proprie)
3. **EVIDENZIARE** le informazioni importanti (dati e domanda)
4. **SCRIVERE** i dati in modo completo
5. **VISUALIZZARE** (un'immagine o un diagramma)
6. **RAPPRESENTARE** graficamente o usare il materiale
7. **IPOSTIZZARE** un piano di risoluzione
8. **SCEGLIERE** l'operazione adatta
9. **FARE UNA STIMA**
10. **CALCOLARE**

# COMPONENTE “COMPRESIONE”

## Cosa fare?

- Evitare spiegazioni verbali
- Semplificazione linguistica del testo
  - scomporre in proposizioni semplici
  - ridurre il testo eliminando il contesto
  - esplicitare i quantificatori logici  
(ciascuno, tutti, ognuno, ogni, in totale)
- ◉ Decodificare il testo e scegliere le strategie matematiche di risoluzione

# COMPONENTE “RAPPRESENTAZIONE”

Approfondimento  
diagnostico per  
valutare l'esistenza di  
difficoltà di  
memorizzazione e  
l'uso delle  
informazioni visuo-  
spaziali

Es. sindrome non verbale

Training per  
l'educazione della  
capacità di  
rappresentazione e di  
descrizione di  
problemi

Uso di supporti esterni  
(rappresentazione  
figurale o schematica  
delle informazioni)

# COMPONENTE “CLASSIFICAZIONE”

Educare la capacità di riconoscere la struttura interna dei problemi, indipendentemente dalla descrizione degli oggetti/eventi presenti nel testo.

Processo graduale:

- Dividere problemi simili per caratteristiche superficiali (es.si parla sempre di mele), che richiedono operazioni diverse;
- problemi che richiedono più operazioni;
- problemi che richiedono operazioni diverse e con caratteristiche superficiali diverse

# E' IMPORTANTE RICERCARE STRUTTURE SIMILI DI PROBLEMI

La forma esterna dei problemi da risolvere deve variare, ma devono presentare la stessa struttura Profonda. Rappresentare la situazione con drammatizzazioni, oggetti, disegni, rende più facile la memorizzazione delle informazioni

Ricerca somiglianze e differenze tra situazioni stimola il recupero di informazioni note da confrontare con quelle nuove per aiutare la comprensione della situazione problema

- 1-Comprendere le operazioni da svolgere
- 2-Trovare le informazioni rilevanti e tralasciare le altre
- 3-Scegliere rappresentazioni chiare e condivise
- 4-Lavorare anche al contrario: dalla rappresentazione al problema



# SUGGERIMENTI.....

- Applicare le regole per la stesura dei testi ad alta leggibilità
- Costruire strategie di lettura orientate alla ricerca di informazioni pertinenti rispetto alla soluzione
- Iniziare con problemi la cui soluzione non richieda necessariamente abilità di calcolo.
- Dare testi semplici o semplificare ed evidenziare i dati